

EXAMEN DE BACALAUREAT
MODEL SIMULARE, PROBA DE MATEMATICĂ, 26.03.2013
FILIERA TEORETICĂ, MATE-INFO

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I. (30 de puncte)

- 5p 1. Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația: $x^4 - x^2 - 12 = 0$
- 5p 2. Să se pună în ordine crescătoare numerele $\sqrt[3]{10}, \sqrt{3}, \sqrt[4]{20}$
- 5p 3. Să se rezolve, în mulțimea $[0, 2\pi)$, ecuația $\operatorname{tg} x = -1$
- 5p 4. Scrieți ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$ unde $A(1,5)$ și $B(7,13)$.
- 5p 5. Se consideră funcția $f: A \rightarrow B, f(x) = x^2 + x + 1$. Alegeți câte o mulțime A, B , intervale de numere reale, astfel încât funcția f să fie bijectivă.
- 5p 6. Determinați $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, astfel încât $C_n^2 + A_n^2 = 18$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

- 5p 1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Să se calculeze A^3
- 5p b) Să se determine numerele reale p, q astfel încât $A^3 = pA^2 + qA$
- 5p c) Să se calculeze matricea $B = A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2013}$
- 5p 2. Fie mulțimea $G = (-1, 1)$ pe care se consideră legea de compoziție $x \circ y = \frac{x+y}{1+xy}$ și funcția
- $$f: G \rightarrow (0, \infty), f(x) = \frac{1-x}{1+x}$$
- 5p a) Să se demonstreze că legea de compoziție dată este asociativă.
- 5p b) Să se demonstreze că: $f(x_1 \circ x_2 \circ \dots \circ x_n) = f(x_1) \circ f(x_2) \circ \dots \circ f(x_n), (\forall) x_1, x_2, \dots, x_n \in G$
- 5p c) Să se calculeze: $\frac{1}{2} \circ \frac{1}{4} \circ \dots \circ \frac{1}{2013}$

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$
- 5p a) Să se determine asimptotele graficului funcției f .
- 5p b) Demonstrați că f este convexă pe intervalul $(1, \infty)$.
- 5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x^n f(x), n \in \mathbb{N}$.
2. Fie șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ dat de $I_n = \int_0^2 (2x - x^2)^n dx, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- 5p a) Să se calculeze I_1 .
- 5p b) Să se demonstreze ca: $(2n+1)I_n = 2nI_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$.
- 5p c) Să se arate că șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ tinde descrescător către 0.