

**EXAMEN DE BACALAUREAT**  
**MODEL SIMULARE, PROBA DE MATEMATICĂ, 26.03.2013**  
**FILIERA TEORETICĂ, ȘTIINȚELE NATURII, M2**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I (30 de puncte)**

- 5p** 1. Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația:  $x^4 - x^2 - 12 = 0$
- 5p** 2. Să se determine termenul al treilea al unei progresii aritmetice, știind că suma primilor 5 termeni este 35.
- 5p** 3. Să se rezolve, în mulțimea  $[0, 2\pi)$ , ecuația  $\operatorname{tg} x = -1$
- 5p** 4. Scrieți ecuația dreptei care conține originea și punctul de intersecție al dreptelor  $d_1: 4x - 3y - 1 = 0, d_2: 6x - 6y - 1 = 0$
- 5p** 5. Se consideră funcția  $f: A \rightarrow B, f(x) = x^2 + x + 1$ . Alegeți câte o mulțime A, B, intervale de numere reale, astfel încât funcția f să fie bijectivă.
- 5p** 6. Determinați  $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ , astfel încât  $C_n^2 + A_n^2 = 18$ .

**SUBIECTUL II (30 de puncte)**

1. Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $B = 2A + 3I_3$  unde  $I_3$  este matricea unitate.
- 5p** b) Să se calculeze  $A^n, n \geq 1$ , natural.
- 5p** c) Să se determine inversa matricei A.
2. Se dă polinomul  $f = x^3 + \hat{7}x^2 + \hat{11}x + \hat{7} \in \mathbb{Z}_{13}[X]$  cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$
- 5p** b) Să se descompună polinomul  $f$  în factori ireductibili peste  $\mathbb{Z}_{13}[X]$
- 5p** c) Să se găsească un polinom  $g \in \mathbb{R}[X]$ , de grad minim, care are rădăcinile  $1, 2, 3, \dots, 2013$ .

**SUBIECTUL III (30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x+3)\ln x$
- 5p** a) Să se calculeze  $f'(x)$
- 5p** b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{x - 1}$
- 5p** c) Să se demonstreze că funcția  $f$  este convexă pe  $(0, \infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + e^x + 1$
- 5p** a) Să se arate că orice primitivă a funcției  $f$  este crescătoare pe  $\mathbb{R}$ .
- 5p** b) Să se calculeze  $\int_0^1 x^2 f(x) dx$ .
- 5p** c) Să se demonstreze că  $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = e + \frac{4}{3}$